

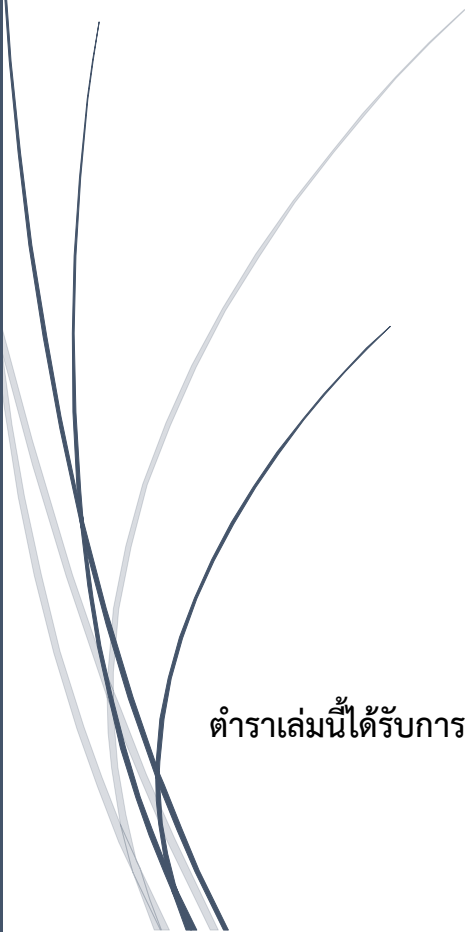


คณิตศาสตร์ธุรกิจ

Mathematics for Business

อาจารย์ ดร. ประพล เปรมทองสุข

ตำราเล่มนี้ได้รับการสนับสนุนภายใต้กองทุนสนับสนุนการวิจัย นวัตกรรมและการสร้างสรรค์
คณะวิทยาการจัดการ มหาวิทยาลัยศิลปากร



คำนำ

ตำราเรื่อง “คณิตศาสตร์ธุรกิจ” เล่มนี้ได้จัดเรียบเรียงขึ้นมีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักศึกษาใช้ในการค้นคว้าและอ้างอิงประกอบการเรียนการสอน ในรายวิชาคณิตศาสตร์ธุรกิจ ซึ่งเป็นวิชาหนึ่งที่สำคัญในหมวดเฉพาะ กลุ่มวิชาบังคับของหลักสูตรบริหารธุรกิจ คณะวิทยาการจัดการ มหาวิทยาลัยศิลปากร ในคำอธิบายรายวิชาสามารถแบ่งเนื้อหาได้ 2 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1 ความรู้พื้นฐานทางแคลคูลัส มุ่งศึกษาการเปลี่ยนแปลงค่าของปริมาณใดปริมาณหนึ่ง (ค่าตัวแปรตาม) ซึ่งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงค่าของอีกปริมาณหนึ่ง (ค่าตัวแปรต้น) ซึ่งการศึกษานี้มีประโยชน์อย่างยิ่งทางการบริหารทางธุรกิจ ยกตัวอย่างเช่น ในการวางแผนการผลิตสินค้า หากเราทราบว่าสินค้าที่ผลิตได้จะมีจำนวนเพิ่มขึ้นเป็นอัตราเท่าใด เมื่อกำหนดให้เวลาในการผลิตสินค้าเพิ่มขึ้น ซึ่งอัตราการเพิ่มขึ้นนี้จะถูกใช้พิจารณาถึงความคุ้มค่า หากมีการเพิ่มเวลาในการผลิตอันนำไปสู่การตัดสินใจที่เหมาะสมต่อไป การศึกษาแคลคูลัสนี้ ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณใด ๆ สองปริมาณ แล้วนำเสนอความสัมพันธ์นั้นในรูปของฟังก์ชันหรือโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะกล่าวไว้ในความสัมพันธ์และฟังก์ชัน หลังจากนั้น จะกล่าวถึงฟังก์ชันพื้นฐาน 2 ฟังก์ชัน ที่พบบ่อยครั้งในการวิเคราะห์หรือใช้ในการพยากรณ์ค่าทางการเงินและเศรษฐศาสตร์ นั่นคือ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม ต่อด้วยลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ซึ่งเป็นการศึกษาค่าของฟังก์ชัน (ค่าตัวแปรตาม) ที่จะเข้าใกล้ค่าใด ในขณะที่ตัวแปรต้นมีค่าเข้าใกล้ค่าใดค่าหนึ่ง อันเป็นพื้นฐานที่สำคัญ ไปสู่การศึกษาอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน นั่นคือแคลคูลัส อันเป็นจุดมุ่งหมายของเนื้อหาในส่วนที่ 1 นี้ โดยแคลคูลัสแบ่งออกเป็น 2 ส่วนย่อย ได้แก่ 1) **อนุพันธ์** ซึ่งเป็นการศึกษาหาอัตราการเปลี่ยนแปลงค่าของฟังก์ชันที่กำหนดมา และ 2) **อินทิเกรต** ซึ่งเป็นกระบวนการย้อนกลับของอนุพันธ์ คือ เป็นการศึกษาหาฟังก์ชันตั้งต้นที่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงที่กำหนดมา

ส่วนที่ 2 ความรู้พื้นฐานทางสถิติและการวิเคราะห์เชิงปริมาณ มีจุดมุ่งหมายเพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับใช้ศึกษาในระดับสูงต่อไป อันมีเนื้อหาครอบคลุมตั้งแต่**เมทริกซ์และระบบสมการเชิงเส้น** ซึ่งนำไปประยุกต์กับการวิเคราะห์เชิงปริมาณ รวมทั้งการจัดการดำเนินงาน เพื่อใช้ในการตัดสินใจทางธุรกิจ เช่น นำระบบเมทริกซ์ไปใช้วิเคราะห์เชิงปริมาณสำหรับวางแผนการผลิตสินค้า เพื่อให้ได้กำไรสูงสุดในขอบเขตที่วัตถุดิบมีจำนวนจำกัด เป็นต้น ส่วนต่อมาเป็นการศึกษา**สถิติเบื้องต้น** ซึ่งใช้ศึกษาลักษณะของข้อมูลที่ได้รวบรวมมา แบ่งเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่ ค่าวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง เป็นการบอกข้อมูลส่วนใหญ่เกาะกลุ่มหรือมีค่ากลางอยู่ที่ใด และค่าวัดการกระจาย เป็นการบอกข้อมูลส่วนใหญ่กระจายห่างจากค่ากลางมากน้อยเพียงใด ซึ่งใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อไป และต่อจากนั้นเป็นการศึกษา**ความน่าจะเป็น**ของเหตุการณ์ เป็นการวัดโอกาสในการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ในอนาคตว่า เหตุการณ์ที่สนใจศึกษานั้นมีโอกาสเป็นจริงมากน้อยเพียงใด ส่วนการศึกษา**ทฤษฎีการตัดสินใจ** เป็นอีกเครื่องมือหนึ่งที่ใช้ในการตัดสินใจทางธุรกิจ ที่มีแนวคิดเรียบง่ายไม่ซับซ้อน โดย

พิจารณาจากลักษณะของข้อมูล หรือจากโอกาสในการเกิดของเหตุการณ์ ซึ่งเป็นความรู้ที่ได้รับจากสถิติเบื้องต้นและความน่าจะเป็น สุดท้ายเป็นการศึกษา**เลขดัชนี** ซึ่งเป็นการวัดอัตราส่วนที่สะท้อนการเปลี่ยนแปลงของราคาสินค้าในแต่ละช่วงเวลา ทำให้ทราบว่าสินค้าในแต่ละชนิด หรือกลุ่มสินค้าที่สนใจศึกษานั้น ในแต่ละช่วงเวลามีราคาเปลี่ยนแปลงไปเช่นไร

จากเนื้อหาทั้งหมดในรายวิชานี้ จะเห็นได้ว่า เนื้อหาทั้งหมดเป็นพื้นฐานที่สำคัญ สำหรับใช้ศึกษาวิชาต่าง ๆ ในระดับสูงขึ้นไปของหลักสูตรบริหารธุรกิจ ซึ่งในแต่ละบทผู้เขียนพยายามนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาทางธุรกิจ และพยายามเขียนโดยหลีกเลี่ยงการใช้คำหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ให้นักศึกษาที่ส่วนใหญ่อยู่ในสายศิลป์ – ภาษา หรือศิลป์ – คำนวณ เข้าใจง่ายขึ้น ทั้งนี้ตำราเล่มนี้ จะเกิดขึ้นไม่ได้ หากไม่ได้รับทุนสนับสนุนการเขียนตำราและหนังสือ ภายใต้กองทุนสนับสนุนการวิจัย นวัตกรรมและการสร้างสรรค์ ของคณะวิทยาการจัดการ มหาวิทยาลัยศิลปากร

อาจารย์ ดร. ประพล เปรมทองสุข
คณะวิทยาการจัดการ มหาวิทยาลัยศิลปากร

สารบัญ

หน้า

บทที่ 1 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	1
บทนำ.....	2
คู่อันดับ	2
ผลคูณคาร์ทีเซียน	3
ความสัมพันธ์.....	4
ฟังก์ชัน.....	6
ค่าของฟังก์ชัน	8
การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	9
กราฟของฟังก์ชัน	11
ฟังก์ชันผกผัน	13
ฟังก์ชันที่ควรรู้จัก	14
ฟังก์ชัน Piecewise-defined.....	14
ฟังก์ชันขั้นบันได.....	15
ฟังก์ชันเชิงเส้น	16
ฟังก์ชันกำลังสอง.....	18
ฟังก์ชันพหุนาม	19
แบบฝึกหัดบทที่ 1	20
บทที่ 2 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม	23
บทนำ.....	24
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	25
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลธรรมชาติ	32
ฟังก์ชันลอการิทึม	33
ฟังก์ชันลอการิทึมสามัญ	37
ฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติ	38
แบบฝึกหัดบทที่ 2	43
บทที่ 3 ลิมิตและความต่อเนื่อง.....	47
บทนำ.....	48
ลิมิตของฟังก์ชัน	48
ลิมิตทางเดียว	56
ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน.....	58
แบบฝึกหัดบทที่ 3	61

บทที่ 4 อนุพันธ์.....	65
บทนำ	66
อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของฟังก์ชัน	67
อนุพันธ์ของฟังก์ชัน.....	69
เทคนิคการหาอนุพันธ์	72
เทคนิคที่ 1 กฎค่าคงที่	72
เทคนิคที่ 2 กฎเลขยกกำลัง.....	72
เทคนิคที่ 3 กฎผลคูณด้วยค่าคงที่	74
เทคนิคที่ 4 กฎผลบวก.....	74
เทคนิคที่ 5 กฎผลคูณ	75
เทคนิคที่ 6 กฎผลหาร	76
เทคนิคที่ 7 กฎลูกโซ่.....	78
อนุพันธ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	80
อนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึม	81
อนุพันธ์อันดับสูง.....	83
แบบฝึกหัดบทที่ 4.....	84
บทที่ 5 การอินทิเกรต.....	87
บทนำ	88
ปฏิยานุพันธ์.....	88
อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	89
กฎสำหรับอินทิเกรตฟังก์ชันพื้นฐาน	89
กฎข้อที่ 1 อินทิกรัลของค่าคงตัว.....	89
กฎข้อที่ 2 อินทิกรัลเลขยกกำลัง.....	89
กฎข้อที่ 3 อินทิกรัลลอการิทึม	90
กฎข้อที่ 4 อินทิกรัลเอกซ์โพเนนเชียล.....	90
พีชคณิตของการอินทิเกรต	91
กฎข้อที่ 5 ผลคูณของค่าคงที่	91
กฎข้อที่ 6 ผลบวก	91
กฎข้อที่ 7 ผลลบ	91
ปัญหาค่าเริ่มต้น	92
การอินทิเกรตโดยการเปลี่ยนตัวแปร	93
ทฤษฎีหลักมูลของแคลคูลัส.....	97
แบบฝึกหัดบทที่ 5.....	100

บทที่ 6 เมทริกซ์และระบบสมการเชิงเส้น	103
บทนำ.....	104
บทนิยามและเมทริกซ์ที่สำคัญ	104
การบวกลบเมทริกซ์	108
การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์	109
การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	110
ดีเทอร์มิแนนต์.....	113
เมทริกซ์ผกผัน	117
ระบบสมการเชิงเส้น.....	119
การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น	122
1. วิธีการกำจัดแบบเกาส์-จอร์แดน	122
2. วิธีการโดยใช้เมทริกซ์ผกผัน	127
3. วิธีการโดยใช้กฎของเครเมอร์	129
แบบฝึกหัดบทที่ 6	132
บทที่ 7 สถิติเบื้องต้น	135
บทนำ.....	136
การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง.....	137
ค่าเฉลี่ย	137
มัธยฐาน	139
ฐานนิยม.....	140
การเลือกค่าวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางที่เหมาะสม	140
การวัดการกระจาย.....	142
พิสัย	142
ความแปรปรวน.....	143
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	144
สัมประสิทธิ์การแปรผัน	146
แบบฝึกหัดบทที่ 7	148
บทที่ 8 ความน่าจะเป็น	149
บทนำ.....	150
วิธีการเรียงสับเปลี่ยนและวิธีการจัดหมู่	150
แผนภาพต้นไม้	150
หลักการนับเบื้องต้น	153
แฟคทอเรียล	155
การเรียงสับเปลี่ยน	155
การจัดหมู่	160
ทฤษฎีของความน่าจะเป็น.....	161

การทดลองสุ่ม.....	161
ปฏิภูมิตัวอย่าง.....	162
เหตุการณ์.....	162
ความน่าจะเป็น.....	163
แบบฝึกหัดบทที่ 8.....	167
บทที่ 9 ทฤษฎีการตัดสินใจ.....	169
บทนำ	170
องค์ประกอบของการตัดสินใจ.....	170
ตารางผลตอบแทนและตารางค่าเสียโอกาส.....	171
การตัดสินใจในสภาวะการณ์ที่แน่นอน	176
การตัดสินใจในสภาวะการณ์ที่ไม่แน่นอน	177
เกณฑ์แมกซิแมกซ์.....	177
เกณฑ์แมกซิมิน	178
เกณฑ์ลาปลาซ	178
เกณฑ์เฮอร์วิคซ์.....	179
เกณฑ์มินนิแมกซ์	180
การตัดสินใจในสภาวะการณ์ความเสี่ยง	181
ค่าคาดหวังของผลตอบแทนสูงสุด	181
ค่าคาดหวังของค่าเสียโอกาสต่ำสุด.....	182
แบบฝึกหัดบทที่ 9.....	184
บทที่ 10 เลขดัชนี.....	185
บทนำ	186
ความหมายของเลขดัชนี.....	186
ประเภทของเลขดัชนี	186
1. เลขดัชนีราคาไม่ถ่วงน้ำหนัก	187
1.1 เลขดัชนีราคาอย่างง่าย.....	188
1.2 เลขดัชนีราคารวมอย่างง่าย	188
1.3 เลขดัชนีราคาเฉลี่ยสัมพัทธ์อย่างง่าย.....	190
2. เลขดัชนีราคาถ่วงน้ำหนัก	191
2.1 เลขดัชนีราคาของลาสแปร์	191
2.2 เลขดัชนีราคาของปาเช.....	192
2.3 เลขดัชนีราคาของฟิชเชอร์.....	194
การเปลี่ยนปีฐานของเลขดัชนี	195
แบบฝึกหัดบทที่ 10	197
บรรณานุกรม.....	199
ภาพผนวก.....	201